

## GILÁNYI ZSOLT

### Az uralkodó pénzelmélet alapproblémái – a készpénzfedezeti korlátok problémájáról

---

A főáramú közgazdasági elmélet – a Hahn-problémára válaszul – a készpénzfedezeti korlátok segítségével gondolta megoldani a csereeszközként definiált pénz koherens beillesztését az elméletbe. Megmutatjuk, hogy nem az a legnagyobb probléma ezekkel a korlátokkal – mint állítják az irodalomban –, hogy „azt a benyomást kelti[k], hogy a pénz csereeszközként való használata megnehezíti a kereskedelmet” (Gale [1982]), hanem az, hogy a készpénzfedezeti korlát nem alkalmas a csereeszközszerep modellezésére; vagyis csereeszközként definiált pénzt nem lehet beilleszteni az elméletbe készpénzfedezeti korlátok segítségével.\*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: E40, E13, D50.

---

Az Európai Közgazdasági Társaság 1993. évi konferenciáján M. F. Hellwig nyitóelőadásában öt alapvető, máig nem (kielégítően) megoldott problémát emelt ki az uralkodó pénzelmélet területén.

„0. probléma: Miért van a belső érték nélküli pénznek (*fiat money*) pozitív értéke a jóságokért és szolgáltatásokért való cserében, amikor önmagában nem is hasznos?” (Hahn-probléma.<sup>1</sup>)

„1. probléma: Miért van az „értéktelen” belső érték nélküli pénznek pozitív értéke a jóságokért és szolgáltatásokért való cserében, amikor vannak más olyan eszközök (aktívák), amelyek saját megtérülési rátája minden egyes periódusban meghaladja a pénz saját megtérülési rátáját?” (Módosított Hahn-probléma.)

„2. probléma: Miért kell készpénzfedezeti (*cash-in-advance*) korlátokat állítani?”

„3. probléma: Mi a kapcsolat az állomány (*stock*) és a folyam (*flow*) között egy pénzgazdaságban?”

„4. probléma: Hogyan lehet a pénz tranzakciós keresletének elméletét beilleszteni a piaci egyensúlyi elemzésbe?” (Hellwig [1993] 216–218. o.)

Az első két kérdésre „Csupán egy erős negatív eredményünk van, nevezetesen: ha van egy olyan eszköz (aktíva), amelyik saját megtérülési rátája minden egyes időszakban egy valószínűséggel meghaladja a pénz saját megtérülési rátáját, és ha ez az eszköz ugyanannyira piacképes, mint a belső érték nélküli pénz, akkor nem létezik olyan racionális várakozások melletti egyensúly, ahol a belső érték nélküli pénznek pozitív reálértéke lenne.” (Uo. 219. o.)

Hogy megoldjuk ezt a problémát, „fel kell tételeznünk, hogy a pénznek és a kamattal bíró eszközöknek (aktíváknak) különböző a piacképessége. ... A legnépszerűbb eljárás-

---

\* A tanulmány a Bolyai János Kutatói Ösztöndíj támogatásával készült.

<sup>1</sup> A Hahn-problémáról, illetve a módosított Hahn-problémáról részletesen lásd Gilányi [2006].

nak az tűnik, hogy veszik a szekvenciális gazdaságok egy standard modelljét ... és felállítják azt az először Clower [1967] által javasolt pótlólagos korlátot, miszerint minden időszakban bizonyos jószág- és eszközvásárlást korábbi időszakokból áthozott pénzzel kell finanszírozni.” (Hellwig [1993] 220. o.)

Ha ezt az utat választjuk, akkor viszont a következő problémába ütközünk: „a készpénzfedezeti korlát azt a benyomást kelti, hogy a pénz csereeszközként való használata megnehezíti a kereskedelmet (Gale [1982]). Ez nem felel meg annak a naiv elképzelésnek, hogy a pénz csereeszközként való használata megkönnyíti a cseréket, és a gazdaság számára olyan lehetőségeket tesz elérhetővé, amelyek barter mellett nem lettek volna elérhetőek.” (Hellwig [1993] 221. o.)

Ezért „[v]alójában meg kell elégedni azzal a gyengébb axiómával, hogy a pénz olcsóbban vásárolja meg a jószágokat a többi eszköznél” (Hahn [1982] 44. o.).

Hellwig már idézett összegzése szerint azért próbálják a pénz valamilyen, kizárólag a pénz által betöltött szerepét modellezni, hogy ezáltal elkerüljék a (módosított) Hahn-problémát. Egy előző tanulmányunkban rámutattunk, hogy ennél élesebben is felvethető ez a probléma: hiába biztosítjuk, hogy a modellben pénznek elkeresztelt változó külső elszámoló egységben kifejezett ára mindig pozitív; ettől még egyáltalán nem biztos, hogy az a pénz. Ha azt mondjuk, hogy a pénz (többek között) csereeszköz, akkor be kell látni (többek között), hogy a modellben pénz névre keresztelt változó csereeszköz; vagyis azért, mert pozitív az értéke, még egyáltalán nem biztos, hogy csereeszköz (Gilányi [2006]).

Ebben a tanulmányban megmutatjuk, hogy a pénz pozitív árának biztosítására született megoldás a készpénzfedezeti korlátok segítségével egy félreértésen alapul. Nem az a legsúlyosabb probléma ezekkel a korlátokkal – mint állítják az irodalomban –, hogy „azt a benyomást kelti[k], hogy a pénz csereeszközként való használata megnehezíti a kereskedelmet” (Hellwig [1993] 221. o.) (és hogy ráadásul exogén módon adják meg őket, ezáltal a pénz csereeszközszerepét sem magyarázza a modell), hanem az, hogy nem azt a szerepet ábrázolják, amire hivatottak. Nevezetesen nem a csereeszközszerepét jelenítik meg. Ezáltal nem biztosítják, hogy a modellben pénznek nevezett változót megfeleltessük a pénznek (azonosíthassuk a pénzzel).

Ehhez először emlékeztetünk Clower [1967] eredeti érvelésére, hogy miért kell készpénzfedezeti korlátokat felírni. Majd ismertetjük az irodalomban megtalálható erre vonatkozó kritikát, kiegészítve néhány megjegyzéssel. Végül Ostroy–Starr [1974] és [1990] segítségével megmutatjuk, hogy a készpénzfedezeti korlátok nem alkalmasak a csereeszközszerep modellezésére.

### A készpénzfedezeti korlátok bevezetése – Clower magyarázata

Clower szerint ha valaki „egy alternatív mikromegalapozást [akar] adni a pénz tiszta elméletének” akkor „pontos különbséget kell tennie a pénz- és nem pénzjóságok között” (Clower [1967] 202. o.) „... a cseregazdaságokkal szembeállítva a pénzgazdaságok sajátja pontosan az, hogy egy pénzgazdaságban *néhány* jószágot *nem lehet* közvetlenül elcserélni minden más jószágra ...” (Uo. 205. o.) „Ez közvetlenül adódik a cseregazdaság definíciójából, amely szerint ott bármely jószágot közvetlenül fel lehet ajánlani bármelyik jószágért cserébe.” „... a pénzjóság olyan jószág, amit közvetlenül el lehet cserélni minden más jószágra. Ebből következik, hogy egy *cseregazdaság olyan gazdaság, amelyben minden jószág pénzjóság.*” (Uo. 206. o.)

Egy tiszta pénzgazdaságban, azaz egy olyan gazdaságban, „ahol kizárólag egy jószágot lehet közvetlenül elcserélni minden más jószágra”, igaz az a szabály, hogy „*pénzzel lehet jószágokat vásárolni, és a jószágokkal is lehet pénzt vásárolni, de jószágokkal nem*

lehet jószágokat vásárolni.” (207. o.) Más szavakkal, egy időszakban tiszta pénzgazdaságban mindenki csak annyi jószágot tud vásárolni, mint amennyit az adott időszaki pénzkészlete lehetővé tesz számára. Ezért a költségvetési korlátot minden  $t$ -edik időszakra ketté kell választani egy pénzkiadási és egy pénzbevételi korlátra (uo. 206–207. o.):

$$\begin{aligned} \sum_n p_{t,n}(x_{t,n} - e_{t,n}) + M_t - e_{t,M} &= 0, & \text{ha } (x_{t,n} - e_{t,n}) > 0 \\ \sum_n p_{t,n}(x_{t,n} - e_{t,n}) + m_t &= 0, & \text{ha } (x_{t,n} - e_{t,n}) < 0 \\ M_t, m_t, e_{t,M} &\geq 0, \end{aligned}$$

ahol  $M_t$  a  $t$ -edik időszakban el nem költött pénz mennyisége,  $m_t$  a  $t$ -edik időszak pénzjöveldelme,  $p_{t,n}$  az  $n$ -edik jószág ára a  $t$ -edik időszakban,  $e_{t,n}$  a  $t$ -edik időszak elején rendelkezésre álló  $n$ -edik jószág mennyisége,  $e_{t,M}$  a  $t$ -edik időszak elején rendelkezésre álló pénzkészlet,  $x_{t,n}$  pedig a  $t$ -edik időszakban elfogyasztani kívánt  $n$ -edik jószág mennyisége.

Az együttes nemzedékek egy egyszerű modelljében,<sup>2</sup> ahol a szereplők csak két időszakot élnek, és az árvárakozások csak egyetlen értéket vesznek fel, készpénzfedezeti korlátokkal a fogyasztó feladata tehát a következő alakot ölti:

$$\begin{aligned} \max U(x_t, x_{t+1}) \\ \sum_n p_{t,n}(x_{t,n} - e_{t,n}) + M_t - e_{t,M} &= 0, & \text{ha } (x_{t,n} - e_{t,n}) > 0 \\ \sum_n p_{t,n}(x_{t,n} - e_{t,n}) + m_t &= 0, & \text{ha } (x_{t,n} - e_{t,n}) < 0 \\ \sum_n p_{t+1,n}^e(x_{t+1,n} - e_{t+1,n}) + M_{t+1} - e_{t+1,M} &= 0, & \text{ha } (x_{t+1,n} - e_{t+1,n}) > 0 \\ \sum_n p_{t+1,n}^e(x_{t+1,n} - e_{t+1,n}) + m_{t+1} &= 0, & \text{ha } (x_{t+1,n} - e_{t+1,n}) < 0 \\ e_{t+1,M} = M_t + m_t & & M_t, m_t, e_{t,M} \geq 0 \end{aligned}$$

## A korlátok értelmezésének problémái – az irodalmi kritikák

### *Gale Clower elméleti fejtegetéséről*

Clower szerint cseregazdaságokban nincsenek készpénzfedezeti korlátok. Vagyis a költségvetési korlátok a szokásos alakot öltik:

$$\begin{aligned} \max U(x_t, x_{t+1}), \\ p_t(x_t - e_t) &= 0, \\ p_{t+1}^e(x_{t+1} - e_{t+1}) &= 0. \end{aligned}$$

Tehát azt a paradox eredményt kapjuk, hogy egy pénzgazdaságban a szereplők több korláttal szembesülnek, mint egy cseregazdaságban.

<sup>2</sup> A modell részleteit lásd Gilányi [2006], átvéve Grandmont [1983]-tól és Hahn [1982]-tól.

„Ez nem felel meg annak a naiv elképzelésnek, hogy a pénz csereeszközként való használata megkönnyíti a cseréket, és a gazdaság számára olyan lehetőségeket tesz elérhetővé, amelyek cserekereskedelemben nem lettek volna elérhetőek.” (Idézi *Hellwig* [1993] 221. o.)

### Hahn Clower formális modelljéről

Ha elfogadjuk azt a feltételezést, hogy a cseregazdaságok és pénzgazdaságok között az a különbség, hogy cseregazdaságokban nincs pénz, akkor úgy lehetne a Clower-féle pénzgazdaságból cseregazdaságba jutni, hogy kivonjuk a pénzt a pénzgazdaságból, vagyis feltételezzük, hogy  $m_t = M_t = e_{t,M} \equiv 0$ . Ekkor a fogyasztó feladata a következő alakot ölti:

$$\begin{aligned} & \max U(x_t, x_{t+1}) \\ & \sum_n p_{t,n}(x_{t,n} - e_{t,n}) = 0, \quad \text{ha } (x_{t,n} - e_{t,n}) > 0 \\ & \sum_n p_{t,n}(x_{t,n} - e_{t,n}) = 0, \quad \text{ha } (x_{t,n} - e_{t,n}) < 0 \\ & \sum_n p_{t+1,n}^e(x_{t+1,n} - e_{t+1,n}) = 0, \quad \text{ha } (x_{t+1,n} - e_{t+1,n}) > 0 \\ & \sum_n p_{t+1,n}^e(x_{t+1,n} - e_{t+1,n}) = 0, \quad \text{ha } (x_{t+1,n} - e_{t+1,n}) < 0 \end{aligned}$$

Ez azt jelenti, hogy az ily módon értelmezett cloweri cseregazdaságban egyáltalán nincs csere. Vagyis cseregazdaságokban keményebb korlátok érvényesülnek, mint pénzgazdaságokban. Így megoldódik Gale által megfogalmazott paradoxon is. De ez a megoldás sem kielégítő, mert a készpénzfedezeti korlát túl erős, lévén az összes pénz nélküli cserét kizárja: „Valójában be kellene érni azzal a gyengébb axiómával, miszerint pénzzel *olcsóbban* lehet más jóságokat megvásárolni, mint más eszközzel (aktívával)” – vonja le *Hahn* [1982] a következtetést (23. o.).

### Turvey és Culberson nyomán a készpénzfedezeti korlátok gyengítéséről

Más összefüggésben (beírható-e a pénz a hasznosságfüggvénybe vagy sem) *Turvey* és *Culberson* (*Hahn-Brechling* [1965] 289. o.) hangsúlyozták, hogy ha ugyanolyan módon kezeljük a pénzt, mint az összes többi (közvetett hasznossággal rendelkező) jóságot, akkor nem lehet megkülönböztetni a pénzt a többi (közvetett hasznossággal rendelkező) jószágtól.

Vagyis az a tulajdonság, hogy a pénznek van a legkisebb tranzakciós költsége, csak annyiban sajátos, mint az a tulajdonság, hogy más jószágoknak a második, harmadik stb. legkisebb tranzakciós költsége van.

Másképpen fogalmazva, ha a pénz olyan jóság, amivel a legkisebb tranzakciós költséggel lehet vásárolni (a leginkább likvid jóság), akkor minden gazdaság pénzgazdaság, mert minden gazdaságban van(nak) leginkább likvid jóság(ok). Ez azt jelenti, hogy nincs értelme a pénzgazdaságok modellezésén fáradozni; nincs különbség egy cseregazdaság és egy pénzgazdaság működési mechanizmusa között.

Tehát, ha nem akarjuk *a priori* kizárni annak a lehetőségét, hogy a pénzgazdaságok más működési mechanizmusnak engedelmessé váljanak, mint a cseregazdaságok, akkor

nem szabad áttérni a tranzakciós költségeken alapuló (mengeri likviditáshoz kötött<sup>3</sup>) pénz-definícióra.<sup>4</sup>

Ez a gondolatmenet a következő sejtésre vezet: a készpénzfedezeti korlátok a tranzakciós költségek egy speciális esetét ábrázolják. A tranzakciós költségek a *jószághoz kötött* fogalom: azt mutatják meg, hogy melyik jószágot milyen nehezen lehet más jószágra cserélni (a továbbiakban erre a *cseretechnológia* kifejezést használjuk). Akkor viszont nem képviselhetik a csereeszközszeret, mert az *szereplőhöz kötött* fogalom: kivel milyen jószágot lehet elcserélni (továbbiakban erre a *csereszabály* szót használjuk). Ezt a kérdést vizsgáljuk meg a következőkben.

### A csereeszközszeret – Ostroy és Starr

Ahhoz, hogy a pénzt mint csereeszközt szerepeltessük a modellben, a pénz csereeszközszeretét kell ábrázolni. A pénz csereeszköz volta annyit jelent, hogy nem azért fogadják el a cserében, mert valamilyen közvetlen szükségletet elégíti ki (nincs közvetlen haszna a fogyasztásban), hanem azért, hogy a jövőben (időszakon belül)<sup>5</sup> továbbcseréljék.

Ostroy–Starr [1974], [1990]) részletesen elemezte a cserék végrehajtásának kérdését (tehát az időszakon belüli cserék megvalósulásának problémáját, azaz a pénz csereeszközszeretét). Pontosabban azt a kérdést vizsgálták, hogy milyen feltételek mellett biztosítható, hogy egy adott walrasi egyensúlyi helyzetet párokban történő cserékkel elérjünk.

Tömören összefoglaljuk a szerzőpáros mondanivalónk szempontjából fontosabb gondolatait.

Ahhoz, hogy a cserék végrehajtásának kérdését (csereeszközszeret) elemezzük, párokban történő cseréket kell tekinteni. Ez maga után vonja egyrészt, hogy a cserék során teljesülnie kell a *quid pro quo* szabálynak (mindenki annyi értékben kap minden egyes szereplőtől, mint amennyit ad), másrészt – és ez az érdekes számunkra – hogy csereszabályokat kell megadni arra vonatkozóan, hogy melyik szereplőpáros milyen cserét hajtsön/hajthat végre. Ezt formálisan függvényekkel adják meg. A cserék az egyének tudásától függenek, így alapvetően kétféle csereszabály létezik: a központosított és a nem központosított csereszabály.

A nem központosított csereszabályokat a következő módon határozhatjuk meg.

D1. A döntés a cserében részt vevő két szereplőnek a csere pillanatában nem kielégített túlkeresletétől függ.

D2. A döntés D1. csereszabályon kívül függ attól, hogy kik cserélnek, azaz „a döntés nemcsak a kielégítetlen túlkeresletektől függ, hanem attól is, hogy ki az *i*-edik és a *j*-edik szereplő.” (Ostroy–Starr [1974] 153. o.)

<sup>3</sup> Egy jószág „attól függően jobban vagy kevésbé likvid, hogy könnyebb vagy nehezebb eladni egy piacon egy adott időben adott áron, vagy hogy ez az ár kevésbé vagy jobban csökken.” (Menger [1892] 72. o.) Ezt a gondolatot formalizálja a csere megvalósulás valószínűsége Kiyotaki–Wright [1989], [1991] modelljében.

<sup>4</sup> Emlékeztetőül, az uralkodó közgazdasági elmélet pénzdefiníciói a következők. A pénz olyan jószág, ami

1. általános csereeszköz, értékőrző, elszámolóegység (pénz),
2. nem fogyasztható, nem termelhető, nincs raktározási költsége (belső érték nélküli pénz/papírpénz),
3. kizárólagos csereeszköz, értékőrző, elszámolóegység (Clower),
4. leglikvidebb jószág (Menger).

<sup>5</sup> Összevetésként: az értékőrző szerep az időszakok közötti elcserélhetőséget jelenti. Természetesen ha nem osztanánk az időt önkényesen időszakokra, akkor nem lenne értelme értékőrző szerepről beszélni.

D3. A döntés D2. csereszabályon túl függ a cserében részt vevő szereplők múltjától (*trading history*) (kinek milyen túlkereslete volt a megelőző alperiódusokban).

Amennyiben a csereszabály központosított (C), az  $i$ -edik és a  $j$ -edik szereplő közötti csere meghatározásához ismerni kell az összes szereplő múltját.

Illusztrációképpen emlékeztetünk a tételeik bizonyítása során használt  $\gamma$  nem központosított csereszabályra (*Ostroy–Starr* [1974] 162. o.).

A  $\gamma$  decentralizált csereszabály két részből áll két (az  $i$ -edik és a  $j$ -edik) szereplőre:

$$J_t^i = E_t^i + Q_t^i \quad E_t^i = -E_t^j, \quad Q_t^i = -Q_t^j,$$

ahol  $J_t^i$  a  $t$ -edik időszakban az  $i$ -edik szereplő által kapott (pozitív előjel) és adott (negatív előjel) jószágok vektora a  $j$ -edik szereplővel való cserében a következőképp adódik.

1. Az  $E_t^i$ -t úgy választják meg, hogy a lehető legnagyobb mértékben csökkenjen a túlkereslet anélkül, hogy a túlkereslet átsapna túlkínálatba:

$$E_{t,n}^i = \begin{cases} 0 & \text{ha } z_{t,n}^i \cdot z_{t,n}^j \geq 0 \\ \min(|z_{t,n}^i|, |z_{t,n}^j|) & \text{ha } z_{t,n}^i > 0 \text{ és } z_{t,n}^j < 0 \\ -\min(|z_{t,n}^i|, |z_{t,n}^j|) & \text{ha } z_{t,n}^i < 0 \text{ és } z_{t,n}^j > 0 \end{cases}$$

ahol

$z_{t,n}^j$  a  $j$ -edik szereplő túlkeresletét jelöli az  $n$ -edik jószágból a  $t$ -edik időszakban,

2. és hogy biztosítsák az elcserélt értékek azonosságát (*quid pro quo*),  $i$ -edik vagy  $j$ -edik szereplő akármelyik jószágát, amiből túlkínálata van, odaadhatja a másiknak:

$$\begin{aligned} Q_t^i : [z_t^i - E_t^i]^- \leq Q_t^i \leq 0 \quad \text{és } p_t(E_t^i + Q_t^i)^T = 0 \quad \text{ha } p(E_t^i)^T > 0 \\ Q_t^j : [z_t^j - E_t^j]^- \leq Q_t^j \leq 0 \quad \text{és } p_t(E_t^j + Q_t^j)^T = 0 \quad \text{ha } p(E_t^j)^T < 0 \end{aligned}$$

ahol  $T$  a transzponáltat jelöli,  $[E]^-$  pedig  $E$  vektor negatív elemeiből képzett olyan vektor, ahol a pozitív elemek helyén 0 áll.

A szabály működését illusztrálандó, tekintsük a cserék végrehajtását egy háromjóságos háromszereplős

$$\begin{bmatrix} 8 & -7 & -1 \\ -3 & 9 & -6 \\ -5 & -2 & 7 \end{bmatrix}$$

túlkeresleti mátrixszal jellemezhető walrasi egyensúlyban, ahol a szereplők a sorokban, a jószágok az oszlopokban vannak (*Ostroy–Starr* [1974] példája, 156. o.).

Tételezzük fel, hogy először az első és a második szereplő találkozik. A szabály első része szerint  $\gamma$ :  $E_t^i = -E_t^j = (3, -7, 0)^T$ . Egységnyi egyensúlyi árak mellett az első szereplő csak 3 értékben vásárol, míg 7 értékben ad el:  $pE_t^T = (1, 1, 1)(3, -7, 0)^T = -4$ . Tehát a második szereplőnek még 4 értékben kell jószágokat eladnia az első szereplő számára. A második szereplő a  $\gamma$ -szabály 2. pontja értelmében olyan jószágokat ad, amiből túlkínálata van:

$[(-3, 9, -6) - (-3, 7, 0)]^- = (0, 0, -6)$ . Tehát harmadik jószágot ad 4 értékben. Így a következő túlkeresleti mátrixot kapjuk:

$$\begin{bmatrix} 8 & -7 & -1 \\ -3 & 9 & -6 \\ -5 & -2 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 0 & -5 \\ 0 & 2 & -2 \\ -5 & -2 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ebben a példában ezzel a csereszabállyal a gazdaság eljut a walrasi egyensúlyba, ha például másodszor a második és harmadik szereplő, majd az első és harmadik szereplő cserél:

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 & -5 \\ 0 & 2 & -2 \\ -5 & -2 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \\ -5 & 0 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Az Ostroy–Starr-szerzőpáros által bevezetett csereszabályokra való emlékeztető után most már érdemben tárgyalhatjuk a készpénzfedezeti korlátok problémáját.

### Cseretechnológiák versus csereszabályok – túlkeresleti mátrixszal megadott gazdaságok értelmezése

A túlkeresleti mátrix a közgazdaságtanban, mint ahogy az Ostroy–Starr-szerzőpáros is használja, a szereplők terveire vonatkozik egy adott időpontban. Az a kifejezés, hogy *fennálló túlkereslet* az adott pillanatban még elcserélni kívánt mennyiségeket jelenti.

Amikor az Ostroy–Starr-szerzőpáros a cserék végrehajtását vizsgálja, a tervezett cserékkel szemben szükségképpen megjelenik egy másik fogalom: a *ténylegesen elcserélt mennyiségek*. A tervezett és tényleges cserék csak abban az esetben esnek egybe, amikor a terv megegyezik a valósággal (ami a walrasi egyensúlyi helyzetek jellemzője).

Másképpen fogalmazva, az Ostroy–Starr-szerzőpáros azt a triviális kérdést feszegeti, hogy azért, mert elvben az összes tervet meg lehet valósítani (a tervek kompatibilisek), nem biztos, hogy a valóságban mindegyik terv meg is valósul. Vagyis attól, hogy létezik walrasi egyensúly (a tervek kompatibilisek), nem biztos, hogy a gazdaság eljut oda (megvalósítják a terveket).

Mint a szerzőpáros rámutat, előfordulhat, hogy egy adott túlkeresleti mátrixszal jellemezhető walrasi egyensúlyi állapotot nem lehet megvalósítani egy adott csereszabállyal, (azaz a gazdaság nem jut el az egyensúlyba), ugyanakkor egy másik szabállyal igen. Vagyis az egyik esetben az elcserélni tervezett mennyiségek (tervezett túlkeresletek) és a ténylegesen elcserélt mennyiségek nem egyeznek meg, a másikban igen.

Ha a terv és a valóság nem esik egybe, akkor a terv elkészítését (jelen esetben: költségvetési korlátok melletti haszonmaximalizálás) és a terv végrehajtását (jelen esetben: csereszabályok korlátja által lehetővé tett cserék) nem lehet egybemosni. Ennélfogva a szereplők terveit meghatározó korlátok elválnak a cserék végrehajtását meghatározó korlátoktól.

Csak abban a nyilvánvaló esetben nem szükséges a cserék végrehajtását szabályozó korlátokat figyelembe venni, ha azok nem korlátozóak. A készpénzfedezeti korlátok (és az általánosabb tranzakciós technológiai korlátok) éppen ezt hivatottak biztosítani: úgy módosítják a szereplők terveit, hogy a cserék végrehajtását meghatározó korlátok többé már nem korlátozóak, és így hihetjük, hogy egy adott készpénzfedezeti korlát megfeleltethető egy adott csereszabálynak.

Egy egyszerű példa segítségével belátható, hogy nem minden csereszabálynak feleltethető meg tranzakciós technológia, ugyanis nemcsak az eredeti túlkeresleti mátrixok módosulnak, hanem a ténylegesen elcserélt mennyiségek sem feltétlen egyeznek meg az eredeti gazdaságban elcserélt mennyiségekkel. Ezt a cseregazdaság csereszabályára és a kizárólagos csereeszköz-csereszabályra látjuk be. Fordítva, tetszőleges tranzakciós technológia mellett számított túlkeresleti mátrix meghatározta cserék nem feltétlen egyetlen csereszabállyal valósíthatók meg. Ezt a Clower-féle készpénzfedezeti korlátra mint speciális tranzakciós technológiára mutatjuk meg.

A fentiek belátásához egy szokásos módon felírt (lásd a Gale Clower elméleti fejtegetéséről című alfejezetet) költségvetési korlátokkal meghatározott walrasi egyensúlynak eleget tevő túlkeresleti mátrixból indulunk ki egy egyszerű egy időszakos<sup>6</sup> tiszta cseregazdaságban, ahol három jószág ( $A$ ,  $B$  és  $C$ ) és öt szereplő (1, 2, ..., 5) van:

$$\begin{bmatrix} & A & B & C \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & 0 \\ 5 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

E túlkeresleti mátrix mögött nyilván többféle gazdaság húzódhat meg. A példa kedvéért tételezzük fel, hogy ez a következők egyike.

1. Minden  $i$ -edik szereplőre:

$$\begin{aligned} \max U^i(x) &= x_A x_B + x_C \\ p(x - e) &= 0, \end{aligned}$$

ahol a szereplők kezdőkészletei rendre:

$$e^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e^2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad e^3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e^4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e^5 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

1.\* Azonos 1. ponttal, kivéve, hogy:  $e^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $e^3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $e^4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $e^5 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ -nek választjuk.

2. Minden  $i$ -edik szereplőre:

$$\begin{aligned} \max U^i(x) &= x_A x_B x_C \\ p(x - e) &= 0, \end{aligned}$$

ahol a szereplők kezdőkészletei rendre:

$$e^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad e^2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad e^3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e^4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad e^5 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

<sup>6</sup> Ez elégséges, mint az Ostroy–Starr-szerzőpárosnál is láttuk, mert a cserék végrehajtása egy adott időszaki egyensúlyi állapot elérésének (megvalósulásának) vizsgálatát jelenti.



2.\* Azonos a 21. ponttal, kivéve, hogy  $e^3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ -nek választjuk.

Azért választottuk itt az Ostroy–Starr-féle gondolatmenetet, nevezetesen, hogy nem egy adott maximalizálási feladtból határoztuk meg az egyensúlyt, hanem egy adott egyensúlyi állapot mögé helyeztünk be maximalizálási feladatot, hogy élesen látszódjon: a cserék végrehajtásának problémája független a tervek megalkotásától. A túlkeresleteket mindegy milyen (maximalizálási) feladattal határozzuk meg; a cserék végrehajtásának vizsgálata csak ezután kezdődik.<sup>7</sup>

Továbbmenve, megvizsgáljuk az ismertetett két egyszerű csereszabály esetében azt, hogy megfeleltethetők-e készpénzfedezeti korlátoknak vagy az általánosabb tranzakciós technológiáknak.

Minthogy a készpénzfedezeti korlát hozzáadása az eredeti feladathoz általában módosítja az eredeti túlkeresleti mátrixot, csak annyit remélhetünk, hogy az elcserélt mennyiségek megegyeznek a két gazdaságban. Más szavakkal, ha az elcserélt mennyiségek megegyeznek a csereszabállyal korlátozott gazdaságban és a készpénzfedezeti korláttal korlátozott gazdaságban, akkor úgy tekintjük, hogy a készpénzfedezeti korláttal imitálható a csereszabály.

Ez azonban nem biztosítható tetszőleges csereszabályra.

**Első ellenpélda.** Első ellenpéldaként a legegyszerűbb csereszabályt tekintjük: az akaratok kölcsönös egybeesését követeljük meg. Ebben az esetben, noha létezik walrasi egyensúly, a gazdaság nem jut el oda. Csak a negyedik és az ötödik szereplő tudja megvalósítani (végrehajtani) tervét. A gazdaság olyan, nem a kiinduló walrasi egyensúlyi helyzetnek megfelelő állapotba jut, ahol az első, a második és a harmadik szereplő nem cserél:<sup>8</sup>

Kiinduló állapot (fennálló túlkereslet)	Elcserélt mennyiségek	Végző állapot (fennálló túlkereslet)
$\begin{bmatrix} & A & B & C \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & 0 \\ 5 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} & A & B & C \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & -1 & 0 \\ 5 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} & A & B & C \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

A példában mindhárom jószágot akarják mindhárom jószágra cserélni, de van, aki el tudja cserélni, és van, aki nem. Ez tranzakciós technológiával kezelhetetlen: mert egyszer engedni kellene az  $A$  és  $B$  jószág cseréjét, egyszer pedig nem: egyszer az  $A$  és  $B$  jószág cseréjének nem lehet végtelen a tranzakciós költsége, egyszer pedig minden jószág cseréjének tranzakciós költségének végtelennek kell lennie.<sup>9</sup>

<sup>7</sup> Kicsit előreugorva, akár a cloweri készpénzfedezeti korlát melletti maximalizálási feladat is lehetne.

<sup>8</sup> Pozitív előjellel a kapott, negatív előjellel az adott jószágok mennyisége.

**Második ellenpélda.** Tekintsük a következő csereszabályt! A  $C$  jószág a kizárólagos csereeszköz (vagyis mindenki csak ezt a jószágot fogadja el a közvetett cserében), de az akaratok kölcsönös egybeesése továbbra is érvényes a többi jószág cseréjére.

Ebben az esetben a gazdaság eljut a walrasi egyensúlyba. A negyedik és ötödik szereplő például még mindig közvetlenül elcserélheti az  $A$  és  $B$  jószágot, a második szereplő  $C$  jószágért megveszi az első szereplőtől a  $B$  jószágot, majd az első szereplő a kapott  $C$  jószággal megveszi a harmadik szereplőtől az  $A$  jószágot:

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Kiinduló állapot} & \text{Elcserélt mennyiségek} & \text{Végső állapot} \\
 \text{(fennálló túlkereslet)} & \text{(összegezve)} & \text{(fennálló túlkereslet)} \\
 \\
 \left[ \begin{array}{cccc} & A & B & C \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & 0 \\ 5 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right] & \rightarrow & \left[ \begin{array}{cccc} & A & B & C \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & 0 \\ 5 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right] & \rightarrow & \left[ \begin{array}{cccc} & A & B & C \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]
 \end{array}$$

A példában  $C$  jószágot mindenki elfogadja csereeszközként, a többi jószágra az előző eset logikája érvényes. Vagyis a nem csereeszköz jószágok közvetlen cseréjének tranzakciós költségét végtelennek kell választani szemben a  $C$  jószággal, aminek minden más jószágra történő cseréjénél a tranzakciós költség nulla. Ez a Gale Clower elméleti fejtegetéséről című alfejezetben tárgyalt cloweri készpénzfedezeti korlátok logikája.

A cloweri készpénzfedezeti korlát alapján számított egyensúly viszont függ a szereplők indulókészletétől,  $C$  jószágból.

Tekintsünk két alesetet:

I. minden szereplőnek van legalább egy egység  $C$  jószága (például 1.\* és 2.\* eset),

II. csak azoknak van  $C$  jószága, akiknek abból túlkínálatuk van (például 1. eset).

Az első esetben, amikor mindenkinek van egy egység  $C$  jószága, az a korlát, hogy csak a  $C$  jószágért lehet cserélni, nem jelent pluszmegkötést az eredeti walrasi egyensúlyi felíráshoz képest. A készpénzfedezeti korlát mellett meghatározott kiinduló állapot túlkeresleti mátrixa tehát nem változik. Eljut a gazdaság az egyensúlyba, és formálisan ugyanazt kapjuk, mint a csereszabály mellett, nevezetesen:

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Kiinduló állapot} & \text{Elcserélt mennyiségek} & \text{Végső állapot} \\
 \text{(fennálló túlkereslet)} & \text{(összegezve)} & \text{(fennálló túlkereslet)} \\
 \\
 \left[ \begin{array}{cccc} & A & B & C \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & 0 \\ 5 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right] & \rightarrow & \left[ \begin{array}{cccc} & A & B & C \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & 0 \\ 5 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right] & \rightarrow & \left[ \begin{array}{cccc} & A & B & C \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]
 \end{array}$$

<sup>9</sup> A példából látszik, hogy minden jószágpárra lehetne ilyen helyzetet előállítani, ha még több szereplő van.

Ellentétben az első példával, azt gondolhatnánk, hogy ebben az esetben sikerült a csereszabályt készpénzfedezeti korláttal megadni. Nem így van. A cseréket ugyanis nem csak azzal a csereszabállyal lehet végrehajtani, hogy feltételezzük a kizárólagos csereeszköz létét. Más szóval: a kiinduló állapotból a végállapot többféle csereszabállyal is elérhető. Például azt is képzelhetjük, hogy Ostroy–Starr-szerzőpáros által megadott központósított csereszabállyal mennek végbe a cserék. Azaz minden szereplőnek megmondják, hogy kivel milyen jószágot mire cseréljen el. De azt is képzelhetjük, hogy a szerzőpáros által definiált  $\gamma$ -szabállyal mennek végbe a cserék. Azaz mindenki a lehető leginkább akarja csökkenteni a túlkeresletét, figyelembe véve az elcserélt értékek azonosságát.

A második esetben, amikor csak a második szereplőnek van egy egység pénze, a készpénzfedezeti korlát mellett meghatározott kiinduló állapot túlkeresleti mátrixa nem egyezik meg az eredeti túlkeresleti mátrixszal.

A példa kedvéért, ha az egyensúlyi árakat továbbra is egységnyiinek tételeznénk fel, akkor a Clower-szabály alapján meghatározott túlkeresletek a következők lennének (minden jószágkereslet pénzkeresletet generál első lépésben):<sup>10</sup>

$$\begin{bmatrix} & A & B & C \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & -1 & 1 \\ 5 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A második szereplő  $C$  jószágért megvásárolná a kívánt  $B$  jószágot, mondjuk, az első szereplőtől. A többi szereplő  $C$  jószág hiányában nem tudna cserélni:

Kiinduló állapot (fennálló túlkereslet)	Elcserélt mennyiségek (összegezve)	Végző állapot (fennálló túlkereslet)
$\begin{bmatrix} & A & B & C \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & -1 & 1 \\ 5 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\rightarrow \begin{bmatrix} & A & B & C \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\rightarrow \begin{bmatrix} & A & B & C \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & -1 & 1 \\ 5 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Összefoglalva: ha összehasonlítjuk a csereszabály melletti egyensúlyt és a cseretechnológia melletti egyensúlyt, akkor megállapíthatjuk, hogy a két egyensúly lehet azonos, de a két gazdaság általában különbözik. A készpénzfedezeti korlátok pluszkorlátként módosít(hat)ják a szereplők terveit, de megválaszolatlanul hagyják Ostroy–Starr-szerzőpáros által vizsgált kérdést: hogyan jut el a gazdaság akkor ebbe a készpénzfedezeti korlát által korlátozott egyensúlyba. Fordított irányba is beláttuk, hogy a pénz kizáróla-

<sup>10</sup> Mivel  $C$  jószágból túlkereslet van, nyilván az egységnyi árak nem maradnának fenn, módosulnának a szereplők terveit és ezáltal a fenti túlkeresleti mátrix.

gos csereeszköz csereesزابályként való megadása nem feleltethető meg a pénz kizárólagos csereeszköz tranzakciós technológiaként (Clower-szabály) való megadásával. Így megállapítjuk, hogy a csereesزابályok általában nem feleltethetők meg, és ezáltal nem imitálhatók készpénzfedezeti korlátokkal.

### Következtetés

A közgazdászok egy részének központi problémája a pénz koherens módon való beillesztése modelljeikbe (a pénzt azonosítani lehessen egy modellben), azaz a pénzelmélettel foglalkozó közgazdászok nem érik be azzal, hogy  $M$  betűt írnak a modellbe, és ennek láttán *pénzre* (*money*) asszociálnak. Ennek az az egyszerű oka, hogy ellenkező esetben semmi okunk sincs feltételezni, hogy valóban szerepel a pénz a modellben. Ekkor pedig közgazdasági elméleti alapon semmiféle következtetést nem tudunk levonni a pénzzel és a pénzgazdaságok működésével kapcsolatban. Természetesen adhatnak jobb egyezést a valósággal az olyan modellek, ahol ez a logikai azonosítás nem tehető meg, csak azok a pénzelméleti közgazdászok szemében nem tekinthetők közgazdasági modelleknek (hanem például statisztikai modellnek).

Az uralkodó pénzelméletben a készpénzfedezeti korlátok bevezetésével biztosítható, hogy egyensúlyban a pénznek nevezett változó külső elszámoló egységben kifejezett ára pozitív legyen, vagyis az elvi lehetősége megvan annak, hogy a pénznek nevezett változó betölti a modellben pénznek tulajdonított funkciókat, azaz pénzt.

Az uralkodó elmélet csereeszköznek definiálja a pénzt, ezért az uralkodó elmélet híveinek a pénz azonosíthatóságához a pénz csereeszközszerepét kell ábrázolni. A csereeszközszerep a jóságok időszakon belüli továbbcserélhetőségét jelenti a szereplők között.

Az uralkodó elméletben a szereplők, mielőtt bármilyen cserébe kezdenének, első lépésben (a haszonmaximalizálási feladatból) meghatározzák, hogy összesen mekkora mennyiségben milyen jóságokat szeretnének elcserélni (tervezett túlkereslet). Tehát, első lépésben a tervek megalkotásakor a szereplők nem hajtanak végre cseréket, így a csereeszközszerep sem jelenik meg.

A készpénzfedezeti korlátok és az általánosabb tranzakciós technológiák azonban csak az első lépésben, a tervek megalkotásakor jelennek meg pluszkorlátként, és ennél fogva függetlenek a cserék végrehajtásától (például a szereplők találkozásától); csak azokat a lehetőségeket határozzák meg, hogy hogyan lehet jóságokat más jóságokká alakítani.

*Friedman* [1953] „mintha” logikáját követve, ebből persze nem következik, hogy tranzakciós technológiákkal nem lehet imitálni a csereesزابályok működését. *Ostroy–Starr*-szerzőpáros elemzési módszerének segítségével belátható, hogy általában nem lehet a csereesزابályoknak készpénzfedezeti korlátokat, és nem lehet a készpénzfedezeti korlátoknak egyértelműen csereesزابályokat megfeleltetni.

Vagyis készpénzfedezeti korlátokkal nem lehet megoldani a csereeszközként definiált pénz koherens beillesztését az általános egyensúlyelméletbe. Csak annyit remélhetünk második legjobb megoldásként, hogy ez a megfeleltetés bizonyos gazdaságokban elvégezhető az általánosabb tranzakciós technológiák esetében.

Felmerül a gondolat, hogy ha nem csereeszköznek definiáljuk a pénzt, akkor megoldható a készpénzfedezeti korlátok problémája. Mint láttuk, a likviditáshoz kötött pénzdefiniációk összeegyeztethetők a tranzakciós technológiákkal (amennyiben likviditáson jóságok közötti elcserélhetőséget értünk), vagyis eltűnik az általunk feszegetett probléma.

Ha azonban a pénzt olyan jóságnak definiáljuk, amivel a legkisebb tranzakciós költséggel lehet vásárolni, akkor megint nehézségbe ütközünk; ugyanis ebben az esetben minden gazdaság pénzgazdaság, mert minden gazdaságban van(nak) leginkább likvid

jóság(ok). Vagyis, ha nem akarjuk *a priori* kizárni annak a lehetőségét, hogy a pénzgazdaságok más működési mechanizmusnak engedelmessé váljanak, mint például a cseregazdaságok, akkor nem térhetünk át a tranzakciós költségeken alapuló (likviditáshoz kötött) pénzdefiníciókra.

Az irodalomban nem az említett koncepcionális problémát emelik ki az uralkodó pénzelmélet hívei. Egyszerűen csak a likviditáshoz kötött pénzdefiníció tranzakciós technológiákkal történő megadásának módját kritizálják: a tranzakciós technológia exogén volta miatt a modell sem magyarázza végső soron a pénz likviditását, hanem az kívülről adott. Ezért ebben az irányban kutatnak tovább: próbálják endogén módon kezelni a problémát.

### Hivatkozások

- BANERJEE, A.–MASKIN, E. [1992]: A Semi-Walrasian Theory of Barter Money. Discussion paper, Harvard University.
- BARRO R. J.–GROSSMAN, H. I. [1971]: A general disequilibrium model of income and employment, *American Economic Review*, 61. 82–93. o.
- BÉNASSY J. P. [1975]: Neo-Keynesian Disequilibrium in a Monetary Economy. *Review of Economic Studies*, 42. 503–523. o.
- CLOWER R. W. [1967]: A Reconsideration of the Microfoundations of Monetary Theory. *Western Economic Journal*, 6: 1–9. Megjelent még: *Clower R. W.: Monetary theory, selected readings* című kötetben, Penguin Books. Harmondsworth, 1969.
- FRIEDMAN M. [1953]: *The Methodology of Positive Economics. Essays in Positive Economics*, The Chicago University Press, Chicago.
- GALE, D. [1982]: *Money: In equilibrium*. Cambridge University Press, Cambridge, Egyesült Királyság.
- GILÁNYI ZSOLT [2006]: Az uralkodó pénzelmélet alaproblémái – a Hahn-problémáról. *Közgazdasági Szemle*, 7–8. sz. 701–713. o.
- GRANDMONT, J. M. [1983]: *Money and value*. Cambridge University Press, Cambridge.
- GRANDMONT, J. M.–YOUNÈS, Y. [1972]: On the Efficiency of a Monetary Equilibrium. *Review of Economic Studies*, 40. 149–165. o.
- HAHN F. [1982]: *Money and inflation*. Basil Blackwell Publisher, Oxford.
- HAHN, F.–BRECHLING, P. R. (szerk.) [1965]: *The Theory of Interest Rates*. Macmillan, London.
- HELLWIG, M. [1993]: The Challenge of Monetary Theory. *European Economic Review*, Vol. 37. No. 2–3. 215–242. o.
- KIYOTAKI, N.–WRIGHT, R. [1989]: On Money as a Medium of Exchange. *Journal of Political Economy*, 97. 927–954. o.
- KIYOTAKI, N.–WRIGHT, R. [1991]: A Contribution to the Pure Theory of Money. *Journal of Economic Theory*, 53. 215–235. o.
- LUCAS, R. E. [1980]: Equilibrium in a Pure Currency Economy. *Economic Inquiry*, 18. 203–219. o.
- LUCAS, R. E.–STOKEY, N. [1987]: Money and Interest in a Cash-In-Advance Economy. *Econometrica*, 53. 491–514. o.
- MALINVAUD, E. [1977]: *The Theory of Unemployment Reconsidered*. Blackwell, Oxford, Egyesült Királyság.
- MENGER, C. [1892]: On the Origin of Money. *Economic Journal*, Vol. 2. 239–255. o. Megjelent: *Starr, R. M. (szerk.): General Equilibrium Models of Monetary Economies*. Academic Press, San Diego, 1989, 67–82. o.
- OSTROY, J. M.–STARR, R. M. [1974]: Money and the Decentralization of Exchange. *Econometrica*, Vol. 42. No. 6. Megjelent még: *Starr, R. M. (szerk.): General Equilibrium Models of Monetary Economies*, Academic Press, San Diego, 1989.
- OSTROY, J. M.–STARR, R. M. [1990]: The Transactions Role of Money. 1. fejezet. Megjelent: *Friedman, B. M.–Hahn, F. H. (szerk.): Handbook of monetary economics*. North-Holland, New York.