

## GILÁNYI ZSOLT

Az uralkodó pénzelmélet alapproblémái  
– a Hahn-problémáról

---

A főáramú közgazdaságtani elméletet számos kritika éri mind az ellenzői, mind a követői részéről. Meglepő módon (vagy éppen ezért) a legsúlyosabb kritikát, miszerint az elmélet számos modellje logikailag nem zárt, maga F. Hahn, a *General Competitive Analysis* és a *Handbook of Monetary Economics* társszerzője/társszerkesztője fogalmazta meg: a pénz ára lehet nulla egyensúlyban. Ezt a Hahn-probléma néven ismertté vált negatív eredményt és következményeit elemezzük.\*  
Journal of Economics Literature (JEL) kód: E40.

---

A főáramú közgazdasági elmélet, az általános egyensúlyelmélet, magyarázatot kíván adni a mai modern gazdaságok működési mechanizmusaira. Az elmélet központi gondolata, hogy a piacon a gazdasági szereplők cserélnek, azaz olyan jószágokat engednek át, amelyekre kevésbé van szükségük olyanokért, amelyekre inkább szükségük van. A cserék végrehajtása azonban különféle technikai nehézségekbe ütközhet [például az akaratok kölcsönös egybeesése (*double coincidence of wants*) nem áll fenn] – egy olyan jószágra van szükség, ami megoldja a nehézségeket. Ezt a funkciót által definiált (csereeszköz, értékőrző és elszámoló egység) jószágot nevezik pénznek. Ezért az uralkodó pénzelmélet azon fáradozik, hogy megmutassam: miért áll érdekében a szereplőknek elfogadni a cserében egy olyan jószágot, aminek nincs számukra közvetlen haszna. Azt a jószágot, aminek nincs közvetlen haszna (a fogyasztásban), belső érték nélküli pénznek (*fiat money*), illetve papírpénznek (*paper money*) is szokták nevezni. Ha elfogadják a cserében a papírpénzt, akkor annak pozitív ára lesz egy külső elszámoló egységben kifejezve. Megfordítva, ha nem fogadják el a papírpénzt a cserében, akkor annak 0 lesz az ára, vagyis a papírpénz nem töltheti be a pénzfunkciókat, nem pénz. A gazdaság pedig pénz híján nem pénzgazdaság.

Az uralkodó pénzelmélet kísérleteit tehát a Hahn-probléma:

– miért van a belső érték nélküli pénznek (*fiat money*) a cserében pozitív értéke a jószágokkal és szolgáltatásokkal szemben, amikor önmagában nem hasznos (0. probléma) és a módosított Hahn-probléma:

– miért van az „értéktelen”, belső érték nélküli pénznek a cserében pozitív értéke a jószágokkal és szolgáltatásokkal szemben, amikor van más olyan aktíva, amelynek a belső megtérülési rátája minden egyes időszakban meghaladja a pénz megtérülési rátáját (1. probléma) (Hellwig [1993] 216. o. és 218. o.) néven ismertté vált problémakör motiválta.

---

\* A dolgozat a Bolyai János kutatási ösztöndíjjal készült. Köszönettel tartozom *Simonovits Andrásnak* és az anonim lektorak hasznos megjegyzéseikért. A dolgozat hiányosságai természetesen csak nekem róhatóak fel.

Az alaproblémát a pénz tranzakciósköltség-csökkentő szerepével (illetve likviditásával) próbálták megválaszolni. A megoldások azonban, mint *Hellwig* [1993] összegzi, újabb kérdéseket szültek:

- miért kell készpénzfedezeti korlátokat állítani (2. probléma);
- mi a kapcsolat az állományok és az áramlások között egy pénzgazdaságban (3. probléma);
- hogyan lehet a pénz tranzakciós keresletének elméletét beilleszteni a piaci egyensúlyi elemzésbe (4. probléma).

A kiinduló probléma, amiből az uralkodó pénzelmélet további kutatásait meghatározó kísérletek indultak,<sup>1</sup> tehát a következő. Pénzügyi egyensúlyban (olyan egyensúly, ahol a papírpénz ára pozitív) lesz-e egy együtt élő nemzedékek tiszta cseregazdasága, ahol a papírpénz csak értékörző szerepet tölt be?<sup>2</sup>

Ebben a dolgozatban megmutatjuk: ahhoz, hogy a Hahn-probléma megoldásához közelebb kerüljünk a pénzgazdaságok tiszta elméletének mikroökonómiai megalapozása<sup>3</sup> szempontjából, nem a fenti formában kell azt megfogalmazni. Ugyanis abból, hogy a papírpénz külső elszámoló egységben kifejezett ára mindig pozitív, nem következik, hogy az valóban a csereeszközként definiált pénz, vagyis nem a Hahn-problémán, hanem a papírpénz pozitív árának biztosításán kell fáradozni.

Először bemutatjuk a Hahn-probléma megfogalmazásának legegyszerűbb modellkeretét (együtt élő nemzedékek tiszta cseregazdaságát), majd azt, hogy miért ebben a modellkeretben érvelnek az uralkodó elmélet hívei. Ismertetjük a Hahn-problémát, és megmutatjuk azt, hogy a Hahn-probléma csak megnyilvánulása egy súlyosabb problémának: az igazi probléma a pénz azonosításának problémája.<sup>4</sup>

### **Az uralkodó pénzelmélet alapmodellje – együtt élő nemzedékek tiszta cseregazdasága**

A standard pénzelmélet az általános egyensúlyelmélet keretei között érvel. Az általános egyensúlyelmélet számos modellből áll (Arrow–Debreu-modell, szekvenciális gazdaságok, nem walrasi modellek).<sup>5</sup> Az általános egyensúlyelmélet „elsősorban az árak meghatározásának elmélete egy elképzelt tökéletes szabad verseny keretei között”.<sup>6</sup> Ezt a tökéletes szabad versenyt nevezük (walrasi) piacnak. A piacon a gazdasági szereplők egységes árakon véges számú jószágot cserélnek el egymással. Kizárólag tiszta cseregazdaságokat tekintünk homogén, végtelenül osztható tiszta magánjóságokkal. Feltételezzük,

<sup>1</sup> Itt nem tárgyalom például sem a tranzakciós költségek bevezetésével született megoldási javaslatokat (így a készpénzfedezeti korlát problémáját sem) (*Clower* [1969], *Hahn* [1971]), sem a keresési modelleket (*Kiyotaki–Wright* [1989], [1991]).

<sup>2</sup> Noha ez a probléma közel fél évszázados, *Hellwig* [1993] szerint a vizsgálata még ma is időszerű, ugyanis ez egy olyan probléma, „amit inkább meg kell oldani, mint amit már megoldottak. Nem sok hozzáfűznivalóm van a megoldásához, de úgy hiszem, hogy a probléma fontos, és fel szeretném hívni rá a figyelmet.” (218. o.)

<sup>3</sup> Lásd *Clower* [1967] 202. o.

<sup>4</sup> A Hahn-probléma ismertetése során nagyban támaszkodunk *Hahn* [1982], illetve *Grandmont* [1983] munkáira. A matematikai bizonyításokat mellőzzük, mert a cél a fő gondolatok ismertetése; és hogy magát *Hahn* [1982]-t idézzem: „... minden fő tanulságot le lehet vonni egy egyszerű modellből.” (28. o.)

<sup>5</sup> Az általános egyensúlyelmélet részletes tárgyalásához lásd *Arrow–Hahn* [1971] és *Zalai* [2000]. Itt csak dióhéjban emlékeztetünk a főbb feltevésekre. *Friedman* [1953]-t követve, nem foglalkozom a feltételek empirikus igazságtartalmával.

<sup>6</sup> *Walras* [(1900) xi. o. Az eredeti walrasi modell nem azonos sem az Arrow–Debreu-moddellel, sem a szekvenciális gazdaságok modelljeivel, de alapszelleme és célja az. Ilyen értelemben idéztük Walrast.

hogy a tökéletesen racionális fogyasztók jól viselkedő<sup>7</sup> hasznosságfüggvénnyel jellemezhetők, egymástól függetlenül hozzák meg döntéseiket (nem kooperálnak, nem tesznek stratégiai lépéseket, nincs externália), csak saját jellemzőiket (preferencia, kezdőkészlet) és az árakat ismerik, amit adottnak vesznek, és tudják, hogy mindenki csak ezeket ismeri.

Az időt véges számú időszakra (periódusra) osztjuk, az időszakokat pedig időpontokra.<sup>8</sup> A szekvenciális gazdaságok modelljeiben a szereplők időszakra időszakra döntéseket hoznak, azaz a szereplők  $t$ -edik időszaki döntése kihat a  $t$ -edik időszak utáni döntési lehetőségekre. Ezért egy szekvenciális gazdaságban nem kerülhetjük meg a várakozások kérdését. Feltételezzük, hogy a várakozások a korábbi megfigyelések függvényei (a várakozások csak egyetlen értéket vesznek fel). Hahn [1982] és Grandmont [1983] összefoglaló munkáira támaszkodva, egy egyszerű együtt élő nemzedékek szekvenciális gazdaságát tekintjük (Samuelson [1958]), ahol a szereplők száma állandó, és nincs örökség. Minden szereplő minden időszakban exogén módon kap kezdőkészleteket. Csupán egyetlen, nem raktározható jószágot tekintünk. A másik jószág a papírpénz, raktározható, összmenyisége állandó és pozitív. A szereplők csak két időszakon keresztül élnek. Így, amikor egy szereplő élete második szakaszában van, meg akar szabadulni papírpénzétől. Minden egyes időszakban „újszülött” szereplők jelennek meg a piacon. Az újszülött szereplők papírpénzből nem kapnak kezdőkészletet. Ennek megfelelően csak kétféle szereplő létezik ebben a gazdaságban: a fiatalok és az idősek. A szereplőket az élettartamuk (két időszak), a kezdőkészletük (pozitív) és a preferenciáik jellemzik. Az azonos típusú szereplők tulajdonságai függetlenek az időtől (a születési dátumtól).

Ennek megfelelően egy  $j$ -vel jelölt fiatal feladata a  $t$ -edik időszakban:

$$\max u^j(x_t^j, x_{t+1}^j) \quad x_t^j \text{ és } x_{t+1}^j \text{ szerint}$$

$$p_t x_t^j + m_t^j = p_t e_t^j \quad \text{és} \quad p_{t+1}^j x_{t+1}^j = p_{t+1}^j e_{t+1}^j + m_t^j \quad \text{korlátok mellett,}$$

ahol

$x_t^j$ : a  $j$  szereplő kereslete a  $t$ -edik időszakban,

$m_t^j$ : a  $j$  szereplő papírpénzkereslete a  $t$ -edik időszakban,

$p_{t+1}^j$ : a  $j$  szereplő a  $t$ -edik időszakban azt várja, hogy az  $x$  jószág ára a  $t + 1$ -edik időszakban  $p_{t+1}^j$  lesz,

$p_t$ : az  $x$  jószág ára a  $t$ -edik időszakban,

$e_t^j$ : a  $j$  szereplő kezdőkészlete a  $t$ -edik időszakban.

Hahn [1982] (8. o.) szerint a fiatalok feladatát azért kell így felírni, mert élete végén senkinek sincs szüksége papírpénzre:  $m_t^j = 0$ , illetve a fiatalok nem kapnak kezdőkészletet papírpénzből  $e_{m_t}^j = 0$ . (Az előző időszak papírpénzkereslete a következő időszak kezdőkészlete a papírpénzből:  $e_{m_{t+1}}^j = m_t^j$ .)

Jelöljük ennek a feladatnak a megoldását  $x_t^j = x_t^j(p_{t+1}^j, p_t)$ -vel! A túlkeresleti függvény ekkor a következő módon írható fel:  $z_t^j = x_t^j - e_t^j = z_t^j(p_{t+1}^j, p_t)$ .

Az idősek egyetlen gondja, hogy még a lehető legtöbbet elfogyasszák életük alkonyán. Így egy tetszőleges  $\nu$  indexű idős feladata:

$$x_t^\nu = e_t^\nu + m_{t-1}^\nu / p_t,$$

ahol  $m_{t-1}^\nu$  azt a papírpénzmenyiséget jelöli, amit  $\nu$  idős (aki  $j$  fiatal volt) a  $t - 1$ -edik időszakból hozott át a  $t$ -edik időszakba.

<sup>7</sup> Folytonos, kétszer folytonosan differenciálható, növekvő és kvázikonkáv.

<sup>8</sup> „A  $t$ -edik időszakban” kifejezés azt jelenti tehát, hogy a  $t$ -edik időszak bármely időpontjában. Egy időpontban tekintjük a gazdaságot (Debreu [1959]).

Így egy  $v$  idős túlkereslete  $z_t^v = x_t^v - e_t^v = m_{t-1}^v / p_t$ -vel adott. Az állandó papírpénzkészlet mellett pedig  $\sum_j e_{m_t}^j + \sum_v m_{t-1}^v = \sum_v m_{t-1}^v = M$ .

Ebben az egyszerűsített modellben kétféle egyensúly is létezik (mivel a szereplők többször hoznak döntéseket). Létezik ideiglenes egyensúly (*temporary equilibrium*), amit *Hahn* [1982] és *Grandmont* [1983] rövid távú walrasi egyensúlynak nevez. Ez olyan árakat és allokációkat jelent, ahol a piaci túlkereslet értéke a folyó időszakban nulla. Létezik továbbá teljes egyensúly (*full equilibrium*), amit *Grandmont* [1983] hosszú távú walrasi egyensúlynak<sup>9</sup> nevez. Ez az allokációk és az árak olyan sorozatát jelenti, amelyre igaz, hogy:

1. az árvárakozások helyesnek bizonyulnak, azaz  $p_{t+1}^{ej} = p_{t+1}$  minden  $t$ -edik időszakra és minden fiatal ( $j$ ) szereplőre;
2. a szereplők magatartása optimális, azaz  $x_t^j = x_t^j(p_{t+1}^{ej}, p_t)$  és  $x_t^v = e_t^v + m_{t-1}^v / p_t$  minden időszakra és minden  $j$  és  $v$  szereplőre; és végül
3. a piaci túlkereslet minden  $t$ -edik időszakban nulla, azaz

$$\sum_i (x_t^j - e_t^j) + \sum_k (x_t^v - e_t^v) = 0.$$

A teljes egyensúly egy speciális esete a stacionárius egyensúly, ami a rövid távú walrasi egyensúlyok olyan sorozata, ahol állandóak az árak (*Grandmont* [1983], *Hahn* [1982]). Formálisan, rövid távú pénzügyi egyensúlyban:

$$\sum_v m_{t-1}^v = M = \sum_j m_t^j(p_{t+1}^{ej}, p_t)$$

$$\sum_j z_t^j(p_{t+1}^{ej}, p_t) + \sum_v z_t^v(m_{t-1}^v / p_t) = 0,$$

ahol a fiatalok papírpénz-keresleti függvénye első fokon homogén az árakban, és a jóságok iránti túlkeresleti függvénye nulladfokon homogén az árakban. Az idők jóságok iránti túlkeresleti függvénye nulladfokon homogén az árakban és a papírpénzmennyiségben együtt. Rövid távon igaz a Walras-törvény is (mivel ilyenkor csak egy költségvetési korlátja van a szereplőknek). Így:

$$p_t \left[ \sum_j z_t^j(p_{t+1}^{ej}, p_t) + \sum_v z_t^v(m_{t-1}^v / p_t) \right] + \sum_j m_t^j(p_{t+1}^{ej}, p_t) = M,$$

ahol a túlkeresleti függvény nulladfokon homogén az árak és a papírpénzmennyiség együttes változtatása mellett.<sup>10</sup>

Az Arrow–Debreu-modell, az általános egyensúlyelmélet kiinduló modellje, a szekenciális gazdaságok szemszögéből felfogható egy speciális esetnek: csak egyetlen időszak van (így egyféle szereplő van, akik csak egyszer hoznak döntést). Mielőtt továbbmennénk, a következőkben röviden emlékeztetünk arra, hogy milyen megfontolások vezettek a fenti felíráshoz.

<sup>9</sup> Hahn racionális várakozások melletti egyensúlynak nevezi. Ugyanis Hahn implicit módon feltételezi, hogy a várakozások racionálisak.

<sup>10</sup> Ez a modell felel meg *Grandmont* [1983] átiratában a *Patinkin* [1965] modellnek. A *Patinkin*-modell a klasszikusoknak tulajdonított modell inkonzisztenciáját volt hivatott megoldani (mellőzve azt a kérdést, hogy a klasszikusoknak tulajdonított modell valóban megfelel-e a klasszikusok modelljének – *Samuelson* [1969]). Ez a kérdés a *Patinkin*-vita (*Patinkin controversy*) néven ismert az irodalomban. (például lásd *Phipps* [1950], *Hahn* (1960), *Becker–Baumol* [1952]).

### Miért épp szekvenciális gazdaság az uralkodó pénzülmélet alapmodellje?

Radner [1968] nyomán az uralkodó pénzülmélet hívei szerint azért kell a szekvenciális gazdaságok modelljének segítségével végezni „a pénz beillesztés[ét] az általános egyensúlyelméletbe”, mert ahhoz, hogy a pénz szerepeljen a modellben, a pénznek benne kell lennie a szereplők allokációjában. Ahhoz, hogy a papírpénz benne legyen a szereplők allokációjában, a szereplőknek azt kell hinniük, hogy el tudják cserélni a papírpénzt a jövőben, ugyanis a papírpénz csak ezért hasznos. Ezért az Arrow–Debreu-modell egyetlen időszaka végén biztos, hogy senki sem akar papírpénzt. Nem érvelhetünk tehát az Arrow–Debreu-modell egyetlen időszakában, át kell térni a szekvenciális gazdaságokra, vagyis olyan több időszakból álló gazdaságokra, ahol a szereplők minden egyes időszakban döntéseket hoznak.

Noha ezt az érvelést az uralkodó elmélet hívei nem vitatták, heves vita bontakozott ki közöttük arról, hogy miért éppen ilyen formában kell felírni a modellt. A vita arról folyt, hogy beírható-e a papírpénz a hasznosságfüggvénybe, vagy sem.

A vitát a következő probléma okozta: a jóságokat két csoportba sorolhatjuk; a közvetlen, illetve a közvetett hasznossággal rendelkező jóságok csoportjába. Az első csoport nem okoz semmiféle nehézséget, viszont a második csoportba tartozó jóságok kezelésének módja megosztotta a közgazdászokat. Számos közgazdász szerint a közvetett hasznossággal rendelkező jóságokat is kezelhetjük ugyanúgy, mint a közvetlen hasznossággal rendelkező jóságokat, mert végül is a közvetett hasznossággal rendelkező jóságok is hasznosak. Mások szerint a közvetett hasznossággal rendelkező jóságok értékét a termelési vagy a cseretechnológia segítségével kell meghatározni.

Ennek megfelelően az első esetben a papírpénzt valamiféle árszínvonalal korrigálva (mivel a papírpénz hasznossága attól függ, hogy mennyi közvetlen hasznossággal bíró jóságot tudunk vásárolni érte) be lehet írni a hasznosságfüggvénybe, a második esetben pedig nem.

A pénz hasznosságfüggvényben való szerepeltetését támadó közgazdászok hatására sok közgazdász igyekezett megindokolni a pénz hasznosságát:

- általa elkerülhetjük azokat a kellemetlenségeket, amiket a tervezett vásárlások elhagyása okoz (*Patinkin* [1965]);
- lehetővé teszi a választás szabadságát (amíg legalább egy szereplő azt tervezi, hogy elhagyja vásárlását, pozitív pénzmennyiséget fog tartani) (*Hahn–Brechling* [1965] 311. o.).

Ez a vita félresiklott, ha az a cél, hogy a pénz gazdasági szerepét megértsük. Ugyanis ha a közvetett hasznossággal rendelkező jóságok értékét a termelési vagy a cseretechnológiából kell levezetni, akkor a közvetett és közvetlen hasznosság megkülönböztetés nem segít a szereplők pénzzel kapcsolatos viselkedésének megértésében, lévén, hogy ez a viselkedés ugyanaz a pénz és minden más közvetett hasznossággal rendelkező jóság esetében (uo. 289–290. o.).

A vitát *Grandmont* [1983] formalizált megoldása végképpen értelmetlenné tette. Ő ugyanis megmutatta, hogy „a pénzkészletek hasznosságfüggvényben való szerepeltetése helyes eljárás, feltéve, hogy a pénz hasznosságát a szereplők időszakokon átívelő döntési feladatából vezetjük le...”. Hogy ezt az állítást illusztráljuk, tekintsünk egy fiatal szereplőt, aki a  $t$ -edik időszakban  $p_t$  árak mellett várt hasznosságát szeretné maximalizálni élete hátralevő részére (ami jelen esetben egyetlen időszak), ha most az  $x_t^j \geq 0$  fogyasztást és  $m_t^j \geq 0$  papírpénzkészletet választja. A maximális hasznosság a következő feladat megoldásaként adódik:

$$\max u^j(x_t^j, x_{t+1}^j) \quad x_{t+1}^j \text{ szerint}$$

$$p_{t+1}^{ej} x_{t+1}^j = p_{t+1}^{ej} e_{t+1}^j + m_t^j \quad \text{korlát mellett.}$$

A hasznosságfüggvény maximális értéke a jelen fogyasztás nagyságától,  $x_t^j$ -től, a jelenben tartott papírpénzkészlet nagyságától,  $m_t^j$ -től és az árvárakozásokon keresztül a jelenlegi áráktól,  $p_t$ -től függ. Jelöljük  $v(x_t^j, m_t^j, p_t)$ -vel ezt a maximumot! Jelen esetben  $x_{t+1}^j = e_{t+1}^j + m_t^j / p_{t+1}^{ej}$ . Tehát a várt hasznosságfüggvényt az alábbi módon írhatjuk:  $u^j(x_t^j, e_{t+1}^j + m_t^j / p_{t+1}^{ej})$ .

Így megállapíthatjuk, hogy a

$$\max u^j(x_t^j, e_{t+1}^j + m_t^j / p_{t+1}^{ej}) \quad x_t^j \text{ szerint}$$

$$p_t x_t^j + m_t^j = p_t e_t^j \quad \text{korlát mellett}$$

feladat megoldása ugyanazt az eredményt adja, mint a mögötte meghúzóó időszakokon átívelő döntési feladat:

$$\max u^j(x_t^j, x_{t+1}^j), \quad x_t^j \text{ és } x_{t+1}^j \text{ szerint}$$

$$p_t x_t^j + m_t^j = p_t e_t^j$$

$$p_{t+1}^{ej} x_{t+1}^j = p_{t+1}^{ej} e_{t+1}^j + m_t^j \quad \text{korlátok mellett.}$$

### A Hahn-probléma

Visszatérve az együtt élő nemzedékek imént vázolt egyszerű modelljére, *Hahn* [1965] felvet egy problémát, ami a későbbiekben Hahn-probléma néven válik ismertté (*Hellwig* [1993]), majd a következő közel 20 év a szekvenciális gazdaságok logikáját követve e probléma elemzésének jegyében telik. A probléma a következő: abból, hogy létezik egyensúly, még nem következik, hogy olyan egyensúlyban van a gazdaság, ahol a papírpénz külső elszámoló egységben kifejezett ára is pozitív. Nulla árral viszont a papírpénz nem töltheti be a pénzfunkciókat, nem pénz. A gazdaság pedig pénz híján nem pénzgazdaság.

Az általunk tekintett egyszerűsített szekvenciális gazdaságban a probléma a következőképpen jelenik meg. Egy fiatal szereplő feladata, mint már láttuk:

$$\max u^j(x_t^j, x_{t+1}^j), \quad x_t^j \text{ és } x_{t+1}^j \text{ szerint}$$

$$p_t x_t^j + m_t^j = p_t e_t^j$$

$$p_{t+1}^{ej} x_{t+1}^j = p_{t+1}^{ej} e_{t+1}^j + m_t^j \quad \text{korlátok mellett.}$$

Célszerű átalakítani a korlátokat (*Grandmont* [1983]) egy időszakokon átívelő költségvetési korláttá (összeadva a két korlátot):

$$p_t x_t^j + p_{t+1}^{ej} x_{t+1}^j = p_t e_t^j + p_{t+1}^{ej} e_{t+1}^j$$

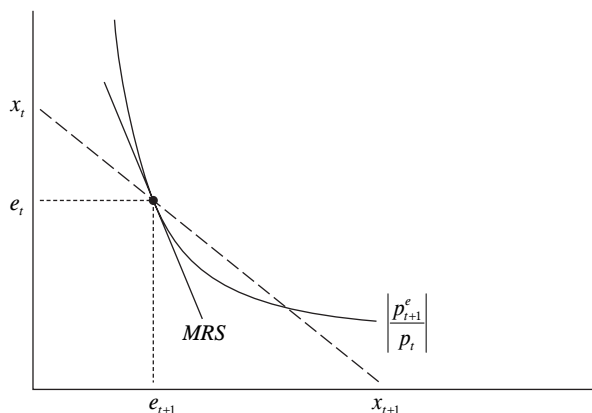
és egy likviditási korláttá (kihasználva, hogy  $m_t^j \geq 0$ ):

$$p_t x_t^j \leq p_t e_t^j.$$

Ahhoz, hogy a papírpénznek pozitív ára legyen, az szükséges, hogy a fiatalok hajlandók legyenek cserélni az idősekkel. Azaz: kell legalább egy fiatal, akinek a túlkereslete negatív,  $z_t^j < 0$ . Ez a feltétel teljesül, ha az időszakokon átívelő költségvetési korlát

1. ábra

A fiatal szereplő döntési helyzete



meredeksége (abszolút értékben) kisebb, mint a kezdőkészleteknél vett helyettesítési hátrárra (abszolút értéke), azaz:  $p_{t+1}^e / p_t < MRS_{t,t+1}(e_t^j, e_{t+1}^j)$ .

Az 1. ábrából világos, hogy könnyen lehet olyan példákat szerkeszteni, ahol nem létezik rövid távú walrasi egyensúly. Grandmont [1983] szerkeszt is ilyen példákat.

Ha feltételezzük, hogy a szereplők várakozásai olyanok, hogy minden fiatal minden lehetséges ár mellett inkább a jelen időszakban akar többet fogyasztani, azaz  $p_{t+1}^e / p_t > MRS_{t,t+1}(e_t^j, e_{t+1}^j)$ , akkor túlkereslet lesz a piacon, ugyanis ebben az esetben a fiatalok semmilyen ár mellett sem hajlandók cserélni az idősekkel. Ha az árvárakozások a jelenlegi árak szerint egységnyi rugalmasságúak, akkor ez az eset könnyen előállhat. Ugyanis ekkor elégséges, hogy  $1 > MRS_{t,t+1}(e_t^j, e_{t+1}^j)$ .<sup>11</sup>

Ez a példa sejteti, hogy az a feltétel, miszerint létezik legalább egy olyan szereplő, akinek az árvárakozásai olyanok, hogy  $p_{t+1}^e / p_t$  minden értéket felvesz 0 és  $+\infty$  között, biztosítja a pénzügyi egyensúly létét. Másképpen fogalmazva, ha van olyan szereplő, akinek az árvárakozásai eléggé érzéketlenek a jelenlegi árakra, akkor a papírpénznek pozitív értéke lesz. Ebben az esetben ugyanis a reálpénzkészlet-hatást egy időszakok közötti helyettesítési hatás is erősíti. Sajnos azonban teljesen valószínű, hogy egyetlen ilyen szereplő sem létezik. Ugyanis „a szereplők által várt infláció mértéke inkább felfelé torzított, amikor a közelmúltban nagy infláció volt tapasztalható, és lefelé, amikor defláció.” (Grandmont [1983].) Ez a példa azt is mutatja, hogy egy szekvenciális gazdaságban a pénz értéke alapvetően a várakozásoktól függ.

Hahn [1982]-t követve, egyszerűsítsük tovább a modellt, hogy most kényelmesen tudjuk illusztrálni a hosszú távú walrasi egyensúlyok esetében felmerülő problémákat (a pénzügyi egyensúly létének problémája kiegészül az egyensúlyi állapot nem meghatározott voltának problémájával – Guesnerie [1993]). Tételezzük fel, hogy:

– a szereplők várakozásai racionálisak. Így ugyanis, mint Hahn [1982] (3. o.) is megjegyzi, kikerüljük azt a kérdést, miként alakítják ki a szereplők várakozásaikat: „csak olyan állapotokat tekintünk, ahol a tanulás befejeződött. Ezek olyan állapotok, ahol a várt változók megvalósult értéke nem mond ellent sem az elméletnek, sem az elméletből következő hiedelmeknek, sem a változó múltban felvett értékeinek”. Ez azért célszerű

<sup>11</sup> Például egy  $p_{t+1}^e = p_t^e + a(p_t - p_t^e)$  alakban felírt adaptív várakozások estén ha  $a \neq 0$ , akkor a feltétel  $a > MRS_{t,t+1}(e_t^j, e_{t+1}^j)$ -re módosul.



feltételezés, mert nincs általánosan elfogadott elmélet arra vonatkozóan, hogyan alakítják ki a szereplők a várakozásaikat;

– csak egy szereplő létezik minden korosztályban;<sup>12</sup>

– a korosztályokban a szereplők kezdőkészlete ugyanaz, függetlenül attól, hogy hányadik időszakban vagyunk ( $e_t^j = e_t^j, e_t^v = e_t^v, \forall t, t'$ -re). Így  $MRS_{t,t+1}(e_t^j, e_{t+1}^j)$  minden időszakban azonos.

Hahn szerint véges szekvenciális gazdaságban a papírpénznek egyetlen időszakban sem lesz értéke, ha racionális várakozásokat tételezünk fel. Ugyanis: „[h]a van egy végső dátum, akkor nyilvánvaló, hogy egyetlen szereplő sem akar papírpénzt tartani [mert nem lehet a későbbiekben elcserélni] – a papírpénznek nem lesz értéke. De minthogy a szereplők várakozásai racionálisak, az utolsó előtti időszakban is tudják ezt. Ha ebben az utolsó előtti időszakban tartanának pénzt azért, hogy az utolsó időszakban elköltsék, akkor ez azt jelentené, hogy önként lemondanának bizonyos mennyiségű fogyasztásról az utolsó előtti időszakban anélkül, hogy jövőbeli ellenszolgáltatást kapnának. Ezért senki sem kíván pénzt tartani ebben az utolsó előtti időszakban sem, és a pénz ebben az időszakban is értéktelen lesz. Ezt az érvelést ismételve, és mindig kihasználva a racionális várakozásokat, könnyen megmutatjuk, hogy a pénznek nem lesz egyetlen időszakban sem értéke.” (Hahn [1982] (5. o.))

Azért, hogy ezt az alapvető végsőidőszak-problémát elkerüljék, a hagyományos pénz-elmélet hívei végtelen időhorizontú gazdaságokat tekintenek. Ez sem biztosítja azonban, hogy a belső érték nélküli pénz értéke pozitív lesz egyensúlyban. Ugyanis, mint láttuk, ennek szükséges feltétele, hogy a fiatalok hajlandók legyenek cserélni az idősekkel. Másképpen fogalmazva, az időszakok közötti költségvetési korlát meredekségének kisebbnek kell lennie, mint a kezdőkészleteknél vett helyettesítési határráta:  $p_{t+1}^{ej} / p_t < MRS_{t,t+1}(e_t^j, e_{t+1}^j) = MRS$ .

Tételezzük fel, hogy a kezdőkészletek olyanok, hogy  $MRS < 1$ . Ahhoz, hogy a papírpénznek pozitív értéke legyen egyensúlyban, az kell, hogy  $p_{t+1}^{ej} / p_t < MRS < 1$ . Ez azt jelenti, hogy az árcsökkenés határ nélkül növeli az idők keresletét a reálpénzkészlet-növekedés miatt. Ezért, mivel a fiatalok jóságkészlete adott, előbb-utóbb nem lehet az idők keresletét kielégíteni. Másképpen fogalmazva, az egyetlen lehetséges egyensúly az önellátás.

Ha feltételezzük, hogy  $MRS > 1$ , akkor nyilvánvalóan  $p_{t+1}^{ej} / p_t = 1$  minden  $t$ -re egy olyan racionális várakozások melletti egyensúly, ahol a papírpénz értéke pozitív. Hahn [1982] (12–13. o.) azonban megmutatja, hogy kontinuum számosságú olyan racionális várakozások melletti egyensúly létezik, ahol a papírpénz értéke tart a nullához. Tételezzük fel, hogy két egymást követő időszak fogyasztása bruttó helyettesítési viszonyban van,<sup>13</sup> és hogy  $p_{t+1}^o / p_t^o = 1$  egy stacioner egyensúly. Tekintsünk egy olyan árszínvonalat, hogy  $M / p_t < M / p_t^o$ . Ez azt jelenti, hogy az idők kereslete kisebb, mint stacioner egyensúlyban. Ha a tekintett állapot egy racionális várakozások melletti egyensúly, akkor a fiatalok kínálatának is kisebbnek kell lennie, mint stacioner egyensúlyi helyzetben. A fiatalok kínálatának akkor kisebb, mint a stacioner egyensúlyban kínált mennyiség, ha kedvezőtlenebbek számukra az arányok, azaz ha  $p_{t+1} / p_t > p_{t+1}^o / p_t^o$ . Ez azt jelenti, hogy  $M / p_{t+1} < M / p_t$ , azaz hogy a reálpénzkészlet nagysága még inkább eltávolodik a stacioner egyensúlyi értékétől. A gazdaság vég nélküli inflációnak van kitéve, és tart az

<sup>12</sup> Mivel a papírpénz csak a generációk közötti cserére szolgál ebben a modellben, ez a feltételezés nem befolyásolja érdemben az eredményeket.

<sup>13</sup> Az  $i$ -edik és  $j$ -edik jóság akkor van bruttó helyettes viszonyban, ha az  $i$ -edik jóság teljes keresletének a  $j$ -edik jóság ára szerint vett deriváltja pozitív. Ez a feltétel teszi lehetővé, hogy komparatív statikai keretek között Hahn érvelése a kínálat és az árak ellentétes irányú változásáról igaz legyen (Arrow-Hahn [1971] 9. fejezet).



önellátáshoz. Mivel a kezdeti  $p_i$  ár megválasztása tetszőleges volt, kontinuum számosságú ilyen racionális várakozások melletti egyensúlyt tudunk előállítani.<sup>14</sup>

„De most észreveszünk valami újabb nem kielégítő dolgot. Bármilyen értéket is vesz fel az *MRS*, az önellátás mindig egy lehetséges racionális várakozások melletti egyensúlyi állapot. Így, még ha más racionális várakozások melletti egyensúly is létezik, ahol a pénz csereértéke pozitív, semmi okunk sincs feltételezni, hogy a gazdaság inkább egy ilyen egyensúlyban van, mint önellátás állapotában. Ez egy nagyon nem kívánt eredmény.” (Hahn [1982] 10–11. o.)

A Hahn-probléma megoldására számos javaslat született, amelyek az uralkodó elmélet logikájából egyenesen következnek.

A Hahn-probléma fenti ismertetéséből világos: ahhoz, hogy ezt a nem kívánt eredményt elkerüljük, elég azt feltételezni, hogy minden szereplő pozitív valószínűséget rendel ahhoz az eseményhez, hogy a következő időszakban is lesz értéke a papírpénznek. (Ez a feltétel még véges gazdaságokban is biztosítja azt, hogy a papírpénz értéke pozitív. Természetesen véges gazdaságokban ez a feltétel ellentmond a szereplő racionalitásának – Hahn [1984] 23. o., *Grandmont–Younès* [1972].)

De még ez a megoldás is csődöt mond, ha feltételezzük, hogy van egy olyan biztos értékpapír, aminek a hozama minden egyes időszakban meghaladja a papírpénz hozamát (például egy államkötvény), továbbá hogy a papírpénz és a biztos értékpapír tőkéletes helyettes viszonyban van egymással. Ekkor ugyanis a papírpénz értéktelen racionális várakozások melletti egyensúlyban. Ezt nevezi *Hellwig* [1993] (218. o.) módosított Hahn-problémának. (A magyarázat egyszerű: ha egy fiatal papírpénzben vinne át vásárlóerőt a következő időszakra, akkor elvesztené a kockázatmentes értékpapír által biztosított kamatot. Ezért amíg a papírpénznek pozitív értéke van, addig minden fiatal szereplőnek az az érdeke, hogy kötvényt vásároljon. Viszont, ha senki sem akar papírpénzt tartani, akkor a papírpénz értéktelen lesz. Vagyis nincs olyan egyensúly, ahol a papírpénz értéke pozitív.)

Kézenfekvőnek tűnik Hahn gondolatmenete „ha továbbra is racionális várakozások melletti egyensúlyok érdekelnek minket, akkor olyan szerepet kell adnunk a pénznek, amit nem tölthet be más aktíva”. Ha feltételezzük, hogy a papírpénz és a többi aktíva nincs tőkéletes helyettes viszonyban, más szóval, ha feltételezzük, hogy „a papírpénzzel olcsóbban lehet megvásárolni a javakat, mint a többi aktívával” (Hahn [1982] 23. o.), akkor a módosított Hahn-probléma elkerülhető. Vagyis az uralkodó pénzülmélet a papírpénz tranzakciós költségeket csökkentő szerepének (likviditásának) modellezésében látja a megoldás kulcsát. [A kívülről megadott technológia korlát (az első a Clower-féle készpénzfedezeti korlát) azonban továbbra sem mond semmit arról, hogy miként mennek végbe a cserék. Így az uralkodó pénzülmélet hívei jelenleg a pénz tranzakciós keresletének általános egyensúlyi keretek között való modellezésén fáradoznak.]

*Hellwig* [1993]-et idézve azonban e kísérletek egyike sem kielégítő: „Még mindig nincs olyan megfelelő elméleti keret, amely lehetővé teszi a pénzrendszerek működésének tanulmányozását.” (215. o.) Nem térünk ki részletesen az imént jelzett megoldási javaslatokra, mert nem befolyásolják a Hahn-problémával kapcsolatos észrevételeinket.

### A Hahn-probléma egy másik probléma tünete?

Mint láttuk, az uralkodó pénzülmélet hívei szerint azért kell a szekvenciális gazdaságok modelljének segítségével végezni „a pénz beillesztés[ét] az általános egyensúlyelméletbe” (*Friedman–Hahn* (szerk.) [1990] xii. o.), mert ahhoz, hogy a pénz szerepeljen a

<sup>14</sup> Ezeket az egyensúlyokat nevezik *bootstrap* egyensúlyoknak az irodalomban (*Brack–Scheinkmann* [1980]).

modellben, a pénznek benne kell lennie a szereplők allokációjában. Ahhoz, hogy a papírpénz benne legyen a szereplők allokációjában, a szereplőknek azt kell hinniük, hogy el tudják cserélni a papírpénzt a jövőben, ugyanis a papírpénz csak ezért hasznos. Ezért az Arrow–Debreu-modell egyetlen időszaka végén biztos, hogy senki sem akar papírpénzt. Nem érvelhetünk tehát az Arrow–Debreu-modell egyetlen időszakában, át kell térni a szekvenciális gazdaságokra, vagyis olyan több periódusból álló gazdaságokra, ahol a szereplők minden egyes időszakban döntéseket hoznak.

Nyilvánvaló, hogy véges szekvenciális gazdaságban az utolsó időszakban pontosan ugyanabban a helyzetben vagyunk, mint amiért Radner [1968] szerint át kell térni az Arrow–Debreu-gazdaságokról szekvenciális gazdaságokra. Tehát ha még az utolsó időszak előtt van is értéke a papírpénznek, akkor is meg kellene magyarázni, hogy az utolsó időszakban hogyan mennek végbe a cserék pénz nélkül. Vagyis Radner semmit sem old meg azzal, hogy áttér szekvenciális gazdaságokra. Hahn már e végsőidőszak-probléma következményeinek kihatásait vizsgálja a már bemutatott fordított indukciós módszerrel, amikor arra az eredményre jut, hogy a papírpénz ára nemcsak az utolsó, hanem minden időszakban nulla, és leszögezi, hogy: „racionális várakozások mellett véges időhorizontú, szekvenciális gazdaságokban nem lehet pénzelméletet csinálni, *hacsak nem* vezetünk be valami új és nagyban *ad hoc* elemet”. (Hahn [1982] 5. o.; kiemelés tőlem – G. Zs.) Ez az idézet azt sugallja, hogy Hahn és az uralkodó pénzelmélet hívei szerint, ha sikerülne biztosítani, hogy a papírpénz külső elszámoló egységben kifejezett ára mindig pozitív, akkor az uralkodó elmélet egyben koherens pénzelméletet lehetne.

A következőkben megmutatjuk, hogy a probléma ilyen megfogalmazása téves: abból, hogy a papírpénz külső elszámoló egységben kifejezett ára mindig pozitív, nem következik, hogy az valóban a pénz, és a modell logikailag zárt. Vagyis ha az a cél, hogy a „pénzgazdaságok tiszta elméletének mikroökonómiai megalapozását adjuk” (Clower [1967] 202. o.), akkor nem a papírpénz pozitív árának biztosításán kell fáradozni. Ilyen megvilágításban a végtelen időhorizontú gazdaságok nem megoldják, hanem elfedik a valódi problémát.

Állításunk igazolásához első lépésben tekintsük át dióhéjban az uralkodó pénzelméletben használt pénzfogalmakat.

1. Azt a jószágot, ami nem fogyasztható (nincs közvetlen haszna a fogyasztásban), nem termelhető, és nulla raktározási költsége van, belső érték nélküli pénznek, illetve papírpénznek szokták nevezni (jele:  $F$ ).

2. Az uralkodó elmélet szerint a pénz egy olyan jószág, amely csereeszköz, értékőrző és elszámolóegység (jele:  $M$ ). (Friedman–Hahn (szerk.) [1990] 4. o.)

– A pénz elszámolóegység volta azt jelenti, hogy a pénzegység az elszámolóegység. Az elszámolóegység az az egység, amiben a számlákat vezetik, amiben az árakat és az adósságokat kifejezik (Keynes [1930/1971] 3. o.).

– A pénz értékőrző volta azt jelenti, hogy a pénz segítségével az időszakok között lehet cserélni (egyik időszakról a másikba vásárlóerőt lehet átvinni).

– A pénz csereeszköz volta azt jelenti, hogy nem azért fogadják el a cserében, mert valamilyen közvetlen szükségletet kielégít (nincs közvetlen haszna a fogyasztásban), hanem azért, hogy a jövőben (időszakon belül) tovább cseréljék.

A fenti meghatározásokból világos, hogy ha az időt nem osztanánk önkényesen időszakokra, akkor nem lenne értelme megkülönböztetni az értékőrzőszerepet a csereeszközszereptől. A pénz csereeszközszerepe tehát annyit jelent, hogy a pénzzel az időszakon belül lehet cserélni, míg értékőrző szerepe azt jelenti, hogy az időszakok között lehet vele cserélni.

A pénzmeghatározások tükrében érdemes megjegyezni, hogy félrevezető egy nem fogyasztható, nem termelhető, nulla költséggel raktározható dolgot (papírpénznek nevezni

( $F$ ), amikor az elszámoló egység, értékőrző- és csereeszköz-funkciókkal bíró dolgot szokták pénznek ( $M$ ) hívni. Úgy tűnik, hogy a pénzfogalom megkettőződésével az uralkodó elmélet hívei saját magukat is összezavarták. „Az utóbbi években sok olyan modellt építettünk, ahol a *pénz* csak értékőrző szerepet töltött be. Már tudjuk, hogy ez a pénznek egy szükséges funkciója, ha egyáltalán van ilyen. Kérdés, hogy elégséges is e. Nem lesz nehéz megmutatni, hogy nem ez a helyzet.” (Hahn [1982] 7. o.; kiemelés tőlem – G. Zs.) Nyilvánvaló, hogy ha az idézetben a „pénz” csak értékőrzőszerepet tölt be, akkor definíció szerint nem pénz ( $M$ ), tehát nemhogy nem nehéz megmutatni, hogy ez nem elégséges pénzdefiníció, hanem nincs mit megmutatni: így definiáltuk.

Most, hogy tisztáztuk az általános egyensúlyelméletben használt pénzfogalmakat, második lépésben fogalmazzuk át a fenti fogalmak segítségével a Hahn-problémát. Emlékeztetőül, ez a probléma abban áll, hogy *a*) a vizsgált modellekben a papírpénz külső elszámoló egységben kifejezett ára lehet nulla egyensúlyban, azaz *b*) lehet, hogy a papírpénz nem tudja betölteni a pénz szerepét, nem pénz. Pénz híján pedig a pénzgazdaságok ábrázolására tett kísérlet is kudarcba fullad.<sup>15</sup>

Hahn állítása átfogalmazva közhely, ennél fogva felesleges matematikai bizonyításokat adni:<sup>16</sup> *a*) egy közvetlen hasznossággal nem bíró dolgot (belső érték nélküli pénzt vagy papírpénzt,  $F$ -et) lehet, hogy közvetett módon sem tudnak semmire sem használni a szereplők (ára lehet nulla egyensúlyban). Az állítás következménye is közhely, ugyanis így definiáltuk: *b*) egy olyan dolog, ami nem csereeszköz (a belső érték nélküli pénz vagy papírpénz,  $F$ ) lehet, hogy nem csereeszköz (nem pénz,  $M$ ).

A Hahn-probléma átfogalmazásával végül eljutottunk a központi problémához. Tételizzük fel, hogy sikerül megoldani a Hahn-problémát,<sup>17</sup> vagyis olyan modellt építenek az uralkodó elmélet hívei, ahol a pénznek nevezett változó külső elszámoló egységben kifejezett ára pozitív. A fentiek fényében triviális, hogy ez a pénznek nevezett változó ( $F$ ) akkor és csak akkor lehet a pénz ( $M$ ), ha csereeszköz is. Tehát hiába van pozitív értéke a pénznek nevezett változónak ( $F$ ); ha nem tudjuk megmutatni, hogy csereeszköz (is), akkor semmi okunk sincs feltételezni, hogy az a pénz ( $M$ ). Ezért az alapvető probléma nem a Hahn-probléma, hanem a pénz azonosításának problémája: a pénznek nevezett változó valóban a pénz? Konkrétan, az uralkodó elmélet modelljeiben a pénznek nevezett változó valóban csereeszköz?

Nyilvánvaló, hogy ha a pénznek nevezett változó valóban csereeszköz, akkor külső elszámoló egységben kifejezett ára szükségképpen pozitív minden modellben, egyensúlyban és egyensúlyon kívül is, különben nem lehetne csereeszköz, és definíció szerint

<sup>15</sup> Pontosabban fogalmazva, ha a pénz semleges lenne, akkor pénz nélkül is lehetne ábrázolni a pénzgazdaságok működési mechanizmusát. De ha nem tudjuk ábrázolni a pénzt, akkor mire alapoznánk azt a feltételezést, hogy a pénz semleges?

<sup>16</sup> Ráadásul, a bizonyítás során Hahn feltételezi, amit megmutat. Emlékeztetőül: a bizonyítás úgy történt, hogy ha a szereplők tudják, hogy a következő időszakban a pénz ára nulla, akkor az adott időszakban sem fogják elfogadni, mert jelen időszaki fogyasztásról mondanának le, anélkül hogy a jövőben többet fogyasztatnának.

Abból, hogy a következő időszakban a pénz ( $M$ ) értéke nulla, nem következik, hogy az adott időszakban is nulla lesz az értéke, mert nem lehet továbbcserélni: egy csereeszköz hasznos az időszakon belül is, mert definíció szerint el lehet cserélni az időszakon belül. Vagyis Hahn a kiinduló lépésben feltételezi, hogy az a változó, amit (papírpénz)neveznek ( $F$ ), nem pénz ( $M$ ). Ez az érvelés ráadásul egy súlyos problémát is felvet (állomány-folyam problémához kapcsolódik), amit ebben a dolgozatban csak jelzünk a véges gazdaságoknál használt érvelésre utalva: ha az utolsó időszakban nem akarnak az emberek pénzt ( $M$ ) tartani, mert nem tudják elcserélni a jövőben, akkor miért akarnának répát vásárolni? Az idő végezetével ugyanis azt sem fogják tudni elfogyasztani.

<sup>17</sup> Akár az itt nem tárgyalt, de a főszövegben korábban apró betűvel ismertetett javaslatok egyikével, akár másképpen.

nem lenne pénz ( $M$ ). Vagyis ha megoldjuk a pénz azonosításának problémáját, akkor egyben megoldódik a Hahn-probléma. Fordítva természetesen ez nem áll fenn: abból, hogy egy változó ára pozitív még, nem következik, hogy az a pénz (még ha annak is nevezik).

\*

*Hahn* [1982] (19. o.) „[ú]gy hiszi, hogy megmutatta, hogy valami súlyos hiba van a pénzgazdaságok ilyen [azaz általános egyensúlyi keretek között] módon való modellezésével”, ugyanis a pénznek nevezett változó külső elszámoló egységben kifejezett ára lehet nulla egyensúlyban.

Ebben a dolgozatban rámutattam, hogy Hahn állítása a definíciók triviális következménye, ezért nem szükséges különféle modellek és matematikai bizonyítások részleteiben elveszni. Hahn ugyanis csak annyit mond ki, hogy a belső érték nélküli pénz, ami definíció szerint nem csereeszköz, lehet, hogy nem (a) csereeszköz(ként definiált pénz). Ezért, ha a fő cél az, hogy a „pénzgazdaságok tiszta elméletének mikroökonómiai megalapozását adjuk” (*Clower* [1967] 202. o.), akkor nem a papírpénz pozitív árának biztosításán kell fáradozni. Vagyis az alapvető probléma nem a Hahn-probléma, hanem a pénz azonosításának problémája: a pénznek nevezett változó valóban csereeszköz, azaz pénz-e az uralkodó elmélet modelljeiben? Nyilvánvaló, hogy ha csereeszköz, akkor külső elszámolóegységben kifejezett ára szükségképpen pozitív, nem lehetne csereeszköz, és definíció szerint nem lenne pénz ( $M$ ). Vagyis ha megoldjuk a pénz azonosításának problémáját, akkor egyben megoldódik a Hahn-probléma is. Fordítva természetesen ez nem áll fenn: abból, hogy egy változó ára pozitív, még nem következik, hogy az a pénz (még ha annak is nevezik).

Ebben a megvilágításban az uralkodó pénzelmélet alapproblémája számos kérdést vet fel: miért nem azonnal a pénz azonosításának problémájával kezdtek foglalkozni az uralkodó elmélet hívei? A tranzakciós költségek bevezetése<sup>18</sup> alkalmas-e a probléma megoldására? Megoldható-e egyáltalán az uralkodó elmélet fogalmi keretein belül ez a probléma?

### Hivatkozások

- ARROW K. J.–DEBREU G. [1979]: Az egyensúly létezése versenyzgazdaságban. Megjelent: *Arrow, K. J.: Egyensúly és döntés. Válogatott tanulmányok. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest*, 21–47. o.
- ARROW, K. J.–HAHN, F. H. [1971]: General competitive analysis. North-Holland, Amsterdam.
- BECKER G. S.–BAUMOL W. J. [1952]: The Classical Monetary Theory: The Outcome of the Discussion. *Economica*, 19. november, 355–376. o.
- BRACK, W. A.–SCHEINKMAN, J. A. [1980]: Some Remarks on Monetary Policy in an Overlapping Generations Model. Megjelent: *Karaken–Wallace* (szerk.) [1980].
- CLOWER R. W. [1967]: A Reconsideration of the Microfoundations of Monetary Theory. *Western Economic Journal*, Vol. 6. 1–8. o.
- CLOWER R. W. [1969]: *Monetary Theory. Selected Readings*, Penguin Books, Harmondsworth.
- DEBREU, G. [1959]: *The Theory of Value*. Wiley, New York.
- FRIEDMAN, B. M.–HAHN F. H. (szerk.) [1990]: *Handbook of monetary economics*. North-Holland, New York.
- FRIEDMAN, M. [1953]: *The Methodology of Positive Economics. Essays in Positive Economics*, The Chicago University Press, Chicago.

<sup>18</sup> Amit Hellwig a 4. problémaként tart számon – mint idéztük a bevezetőben.

- GRANDMONT, J. M. [1983]: Money and Value. Cambridge University Press, Cambridge.
- GRANDMONT, J. M.–YOUNES Y. [1972]: On the Role of Money and the Existence of a Monetary Equilibrium. *Review of Economic Studies*, 39. 355–372. o.
- GUESNERIE, R. [1993]: Successes and Failures in Coordinating Expectations. *European Economic Review*, 37. 243–268. o.
- HAHN, F. [1960]: The Patinkin Controversy. *Review of Economic Studies*, 28. 37–43. o.
- HAHN, F. [1965]: On Some Problems of Proving the Existence of an Equilibrium in a Monetary Economy. Megjelent: *Hahn–Brechling* [1965] 126–135. o.
- HAHN, F. [1971]: Equilibrium with Transaction Costs. *Economica*, Vol. 39. No. 3. 417–439. o.
- HAHN, F. [1982]: Money and Inflation. Basil Blackwell Publisher, Oxford.
- HAHN, F.–BRECHLING P. R. (szerk.) [1965]: The Theory of Interest Rates. Macmillan, London.
- HELLWIG, M. [1993]: The Challenge of Monetary Theory. *European Economic Review*, Vol. 37. No. 2–3. 215–242. o.
- KARAKEN, J. H.–WALLACE, N. (szerk.) [1980]: Models of Monetary Economics, Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- KEYNES, J. M. [1930/1971]: A Treatise on Money. Megjelent: The Collected Writings of J. M. Keynes, Vol. V. Macmillan for the Royal Economic Society, London.
- KIYOTAKI, N.–WRIGHT, R. [1989]: On money as a medium of exchange. *Journal of Political Economy*, 97. 927–954. o.
- KIYOTAKI, N.–WRIGHT, R. [1991]: A Contribution to the Pure Theory of Money. *Journal of Economic Theory*, 53. 215–235. o.
- LANGE, O. [1942]: Say’s Law: A Restatement and Criticism. Megjelent: *Lange, O.* (szerk.): Studies in Mathematical Economics and Econometrics. University of Chicago Press.
- MÉGYERI KRISZTINA [2001]: A pénz mint általános csereeszköz modellezése. *Közgazdasági Szemle*, 4. sz. 307–319. o.
- PATINKIN, D. [1949]: The Indeterminacy of Absolute Prices in Classical Economic Theory. *Econometrica*, Vol. 17. No. 1. 1–27. o.
- PATINKIN, D. [1965]: Money, interest and prices. Harper and Row, New York. Első megjelenés éve: 1956.
- PHIPPS, C. G. [1950]: A Note on Patinkin’s Relative Prices. *Econometrica*, Vol. 18. No. 1. 25–26. o.
- RADNER, R. [1968]: Competitive Equilibrium under Uncertainty. *Econometrica*, 36. 31–58. o.
- SAMUELSON, P. A. [1958]: An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money. *Journal of Political Economy*, 66. 467–482. o.
- SAMUELSON, P. A. [1969]: Classical and Neoclassical Monetary Theory. Megjelent: *Clower R. W.* (szerk.): Monetary Theory. Selected readings. Penguin Books. 170–189. o.
- SIMMEL, G. [1973]: Válogatott társadalomelméleti tanulmányok. A pénz filozófiája. Gondolat, Budapest, 37–178. o.
- WALRAS, L. [1900/1976]: *Éléments d’Economie Politique Pure*. Librairie générale de droit et de jurisprudence. Párizs.
- ZALAI ERNŐ [2000]: Matematikai közgazdaságtan. A korszerű mikroökonómiai elemzés klasszikus és neoklasszikus szemléletű modelljei. KJK–Kerszöv, Budapest.